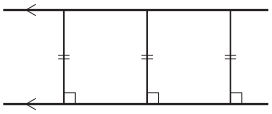
第６講　図形(3)

§１　高さが等しい三角形の面積

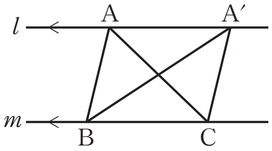
【Point】

平行線の間の距離



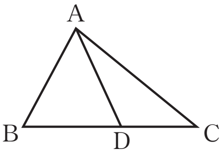
２本の平行な直線において，一方の直線上からもう一方に引いた垂線の距離は常に等しい．

等積変形



右図において $l /\!/ m$ のとき，△ABC と △A′BC は，底辺が共通で高さが等しい．よって，２つの三角形は面積が等しい．これを「　　　　　　　　　　」と表す．

底辺比と面積比

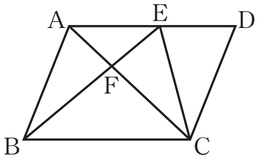


右図の △ABD と △ACD は高さが等しい．

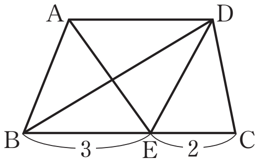
よって「△ABD：△ACD＝　　　　　　　　」

例題６－１　（解答 p.29）

(1)　右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形である．△ABE，△ABC，△ABF と面積の等しい三角形をそれぞれみつけ，式で表せ．



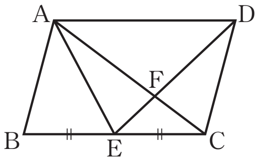
(2)　右の図で，四角形 ABCD は AD // BC の台形である．△ABE：△DEC，△DBC：△DEC をそれぞれ求めよ．



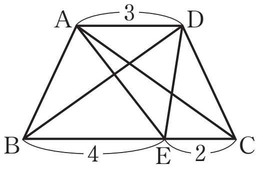
ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題6－1　（解答 p.29）

⑴　右の図で，平行四辺形 ABCD の辺 BC の中点を E とする．△ABE，△AEF と面積の等しい三角形をそれぞれみつけ，式で表せ．



⑵　右の図で，四角形 ABCD は AD∥BC の台形である．△DBC：△DEC，△ADE：△DEC をそれぞれ求めよ．



ⒸRECRUIT HOLDINGS

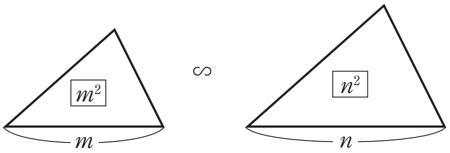
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§２　相似比と面積比

【Point】

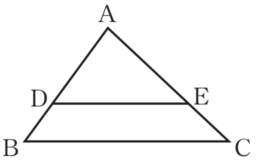
相似比と面積比

２つの相似な図形について，
相似比が $m:n$ のとき
面積比は「　　　　　　」

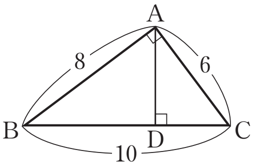


例題６－２　（解答 p.29）

(1)　右図において DE // BC，AD：DB＝2：1 とする．
△ADE の面積が 16 のとき，△ABC，四角形 DBCE の面積をそれぞれ求めよ．



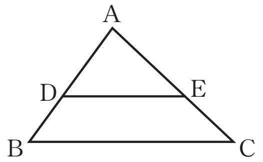
(2)　右図において ∠CAB＝90°，AD⊥BC である．
△ABD と相似な三角形をすべてあげよ．
また，△ABD：△ACD を求めよ．



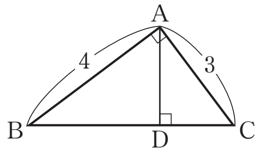
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題６－２　（解答 p.30）

⑴　右図において DE∥BC，AD：DB＝3：2 とする．
△ABC の面積が 75 のとき，△ADE，四角形 DBCE の面積をそれぞれ求めよ．



⑵　右図において ∠CAB＝90°，AD⊥BC である．
△ABD の面積が 32 のとき，△ACD の面積を求めよ．



ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§３　円と球，相似比と体積比

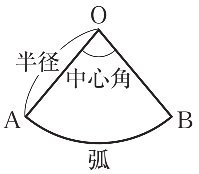
【Point】

おうぎ形の弧の長さと面積

半径 r，中心角 $x°$ のおうぎ形の

弧の長さ l は 「$l=$　　　　　　　　　」

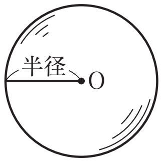
面積 S は「$S=$　　　　　　　　」



球の表面積と体積

半径 r の球の

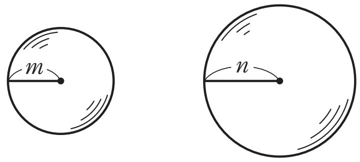
表面積 S は「$S=$　　　　」　体積 V は「$V=$　　　　」



相似比と体積比

２つの相似な図形について，

相似比が $m：n$ のとき　体積比は「　　　　　」



例題６－３　（解答 p.30）

(1)　半径 3 cm，中心角 120° のおうぎ形の弧の長さと面積を求めよ．

(2)　半径 3 cm の半球の表面積と体積を求めよ．

(3)　半径 3 cm の球 A と半径 4 cm の球 B がある．A と B の表面積比と体積比を求めよ．

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題６－３　（解答 p.30）

(1)　半径 10 cm，中心角 60° のおうぎ形の弧の長さと面積を求めよ．

(2)　半径 6 cm の半球の表面積と体積を求めよ．

(3)　半径 3 cm の球 A と半径 5 cm の球 B がある．A と B の表面積比と体積比を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§４　円周角と中心角

【Point】

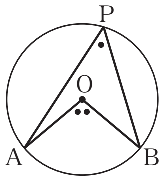
円周角と中心角

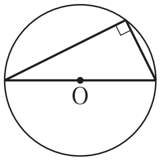
右図で ∠APB を弧 AB に対する円周角という．

ある弧に対する円周角は，中心角の半分である．

つまり　∠APB＝　　∠AOB

特に，半円の弧に対する円周角は「　　　」

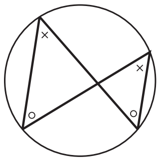


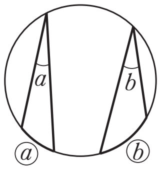


円周角と弧

同じ弧に対する円周角は「　　　　」

円周角の大きさは，弧の長さに「　　　」する

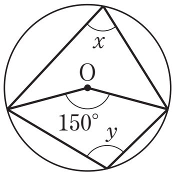




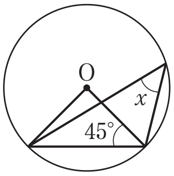
例題６－４　（解答 p.31）

次の図で，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めよ．

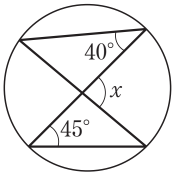
(1)



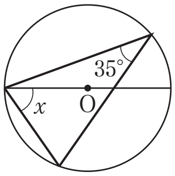
(2)



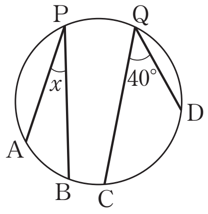
(3)



(4)



(5)



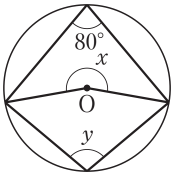
$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{CD}=1:2$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

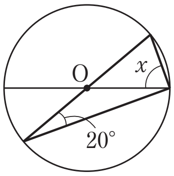
類題６－４　（解答 p.31）

次の図で，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めよ．

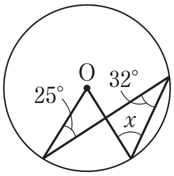
(1)



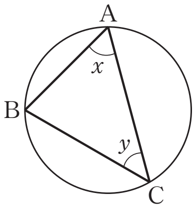
(2)



(3) やや難



(4) やや難



$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CA}=3:4:5$

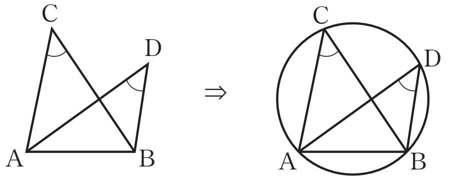
ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§５　円周角の定理の逆，円の弦の性質，いろいろな作図(1)

【Point】

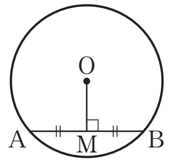
円周角の定理の逆

2 点 C，D が直線 AB に関して同じ側にあり，∠ACB＝∠ADB のとき 4 点 A，B，C，D は「　　　　　　　　」にある



円の弦の性質

円 O において，弦 AB の中点を M とすると OM は弦 AB の「　　　　　　　　」

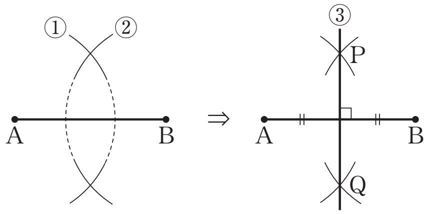


線分 AB の垂直二等分線の作図

①　A を中心とする円を描く

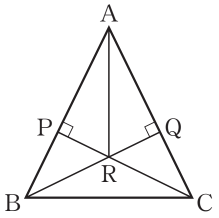
②　①の円と同じ半径で，B を中心とする円を描く

③　①と②の交点を P，Q とすると，直線 PQ が線分 AB の垂直二等分線.

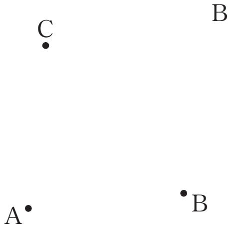


例題６－５　（解答 p.31）

(1)　右の図で，同じ円周上にある 4 点の組をすべて答えよ.



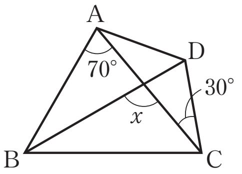
(2)　右図の 3 点 A，B，C を通る円の中心 P を作図せよ.



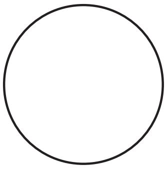
ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題６－５　（解答 p.32）

(1)　右の図で，４点 A，B，C，D が同一円周上にあるとき，$\angle x$ の大きさを求めよ．



(2)　右図の円の中心 O を作図せよ．



ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

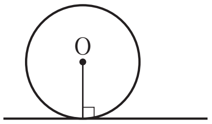
§６　円の接線の性質，いろいろな作図(2)

【Point】

円の接線の性質

円の接線は，その接点を通る半径に

「　　　」である．

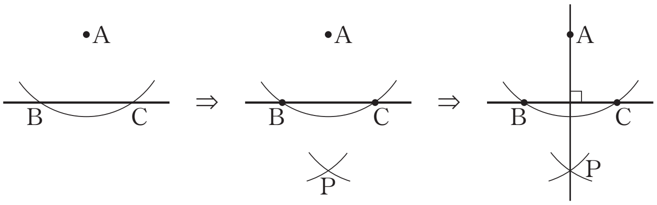


直線外の点から引く垂線の作図

①　A を中心とする円を描き，直線との交点 B，C とする．

②　B，C をそれぞれ中心とする同じ半径の円を描き，その交点を P とする．

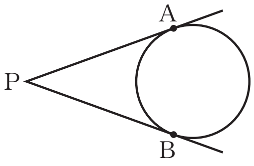
③　直線 AP が求める垂線である．



円の接線の長さ

円外の１点からその円に引いた２本の接線の長さは等しい．

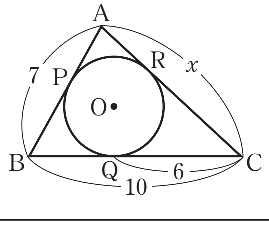
つまり，右図で「　　　　　　」



例題６－６　（解答 p.32）

(1)　右図で，直線 l が点 O を中心とする円の接線になるように，円を作図せよ．

(2)　右の図で，点 P，Q，R は △ABC の各辺と円 O との接点である．x の値を求めよ．

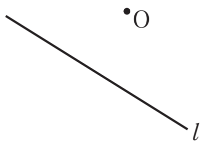


ⒸRECRUIT HOLDINGS

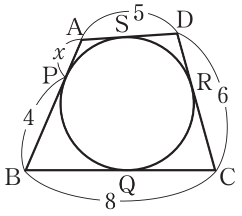
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題６－６　（解答 p.32）

(1)　右図で，直線 l が点 O を中心とする円の接線になるように，円を作図せよ．



(2)　右の図で，点 P，Q，R，S は四角形 ABCD の各辺と円 O との接点である．x の値を求めよ．



ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

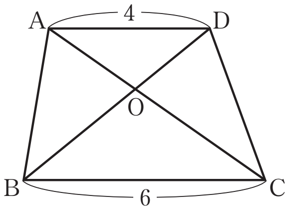
第６講　図形(3)

(1)　右の図は AD∥BC の台形である．

DO：BO＝［ア］：［イ］，

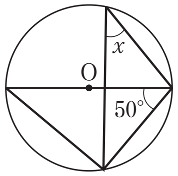
△ADO：△ABO＝［ウ］：［エ］，

△ADO：△BCO＝［オ］：［カ］である．



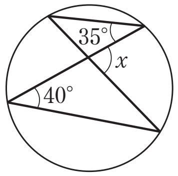
(2)　次の図で，∠x の大きさを求めよ．

(i)



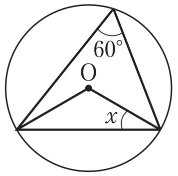
∠x＝［キク］°

(ii)



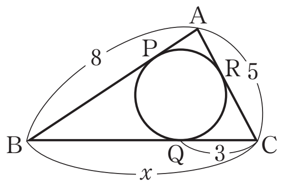
∠x＝［ケコ］°

(iii)



∠x＝［サシ］°

(3)　右の図で，点 P，Q，R は △ABC の各辺と円 O との接点である．このとき x＝［ス］ である．



ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第６講　図形(3)

例題６－１

(1)　△ABE＝△ACE，△ABC＝△EBC＝△ACD，△ABF＝△ECF

(2)　△ABE：△DEC＝3：2，△DBC：△DEC＝5：2

【解説】

(1)　△ABF＝△ABE－△AFE

△ECF＝△ACE－△AFE

△ABE＝△ACE　　よって，△ABF＝△ECF

(2)　AD∥BC より

△ABE：△DEC＝BE：EC＝3：2

△DBC：△DEC＝BC：EC＝5：2

類題６－１

(1)　△ABE＝△AEC＝△DEC，△AEF＝△DCF

(2)　△DBC：△DEC＝3：1，△ADE：△DEC＝3：2

【解説】

(1)　△AEF＝△AEC－△FEC，△DCF＝△DEC－△FEC，△AEC＝△DEC

よって，△AEF＝△DCF

(2)　AD∥BC より

△DBC：△DEC＝BC：EC＝6：2＝3：1　　△ADE：△DEC＝AD：EC＝3：2

例題６－２

(1)　△ABC＝36，　四角形 DBCE＝20

(2)　△CBA と △CAD，△ABD：△ACD＝16：9

【解説】

(1)　△ABC∽△ADE で，AD：DB＝2：1 より，相似比は AB：AD＝3：2

よって面積比は $3^2：2^2$＝9：4

したがって　9：4＝△ABC：16　より　4×△ABC＝9×16　　△ABC＝36

ゆえに，四角形 DBCE＝△ABC－△ADE＝36－16＝20

(2)　△ABD∽△CBA，△CBA∽△CAD　より　△ABD∽△CAD

△ABD と △CAD の相似比は　AB：AC＝8：6＝4：3

よって　△ABD：△ACD＝$4^2：3^2$＝16：9

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題６－２
(1)　△ADE＝27,　四角形 DBCE＝48
(2)　△ACD＝18

【解説】
(1)　△ABC∽△ADE で，相似比は AB：AD＝5：3
よって面積比は 5^2：3^2＝25：9
したがって　25：9＝75：△ADE　より　25×△ADE＝9×75　△ADE＝27
ゆえに，四角形 DBCE＝△ABC－△ADE＝75－27＝48
(2)　△ABD∽△CBA∽△CAD
△ABD と △CAD の相似比は　AB：CA＝4：3
よって　△ABD：△ACD＝4^2：3^2＝16：9　より
16：9＝32：△ACD　△ACD＝18

例題６－３
(1)　弧の長さ　2π cm　面積　3π cm^2
(2)　表面積　27π cm^2　体積　18π cm^3
(3)　表面積比　9：16　体積比　27：64

【解説】
(1)　弧の長さ　$2\pi\times3\times\frac{120}{360}=2\pi$　面積　$\pi\times3^2\times\frac{120}{360}=3\pi$
(2)　表面積　$4\pi\times3^2\times\frac{1}{2}+\pi\times3^2=27\pi$　体積　$\frac{4}{3}\pi\times3^3\times\frac{1}{2}=18\pi$

類題６－３
(1)　弧の長さ　$\frac{10}{3}\pi$ cm　面積　$\frac{50}{3}\pi$ cm^2
(2)　表面積　108π cm^2　体積　144π cm^3
(3)　表面積比　9：25　体積比　27：125

【解説】
(1)　弧の長さ　$2\pi\times10\times\frac{60}{360}=\frac{10}{3}\pi$　面積　$\pi\times10^2\times\frac{60}{360}=\frac{50}{3}\pi$
(2)　表面積　$4\pi\times6^2\times\frac{1}{2}+\pi\times6^2=108\pi$　体積　$\frac{4}{3}\pi\times6^3\times\frac{1}{2}=144\pi$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題６－４

(1)　$\angle x=75°$，$\angle y=105°$　　(2)　$\angle x=45°$　　(3)　$\angle x=85°$

(4)　$\angle x=55°$　　(5)　$x=20°$

【解説】

(1)　$\angle x=150°\times\frac{1}{2}=75°$，$\angle y=(360°-150°)\times\frac{1}{2}=105°$

(2)　$180°-(45°\times2)=90°$　よって　$\angle x=90°\times\frac{1}{2}=45°$

(3)　$\angle x=40°+45°=85°$

(4)　$\angle x=180°-(90°+35°)=55°$

(5)　$x:40°=1:2$　　$x=20°$

類題６－４

(1)　$\angle x=200°$，$\angle y=100°$　　(2)　$\angle x=70°$

(3)　$\angle x=57°$　　(4)　$\angle x=60°$，$\angle y=45°$

【解説】

(1)　$\angle x=360°-(2\times80°)=200°$　　$\angle y=\frac{1}{2}\times\angle x=100°$

(2)　$\angle x=90°-20°=70°$

(3)　$\angle x+32°=25°+32°\times2$　　$\angle x=57°$

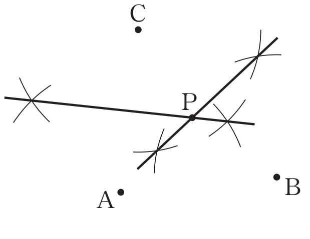
(4)　$\angle BCA:\angle CAB:\angle ABC=3:4:5$　　$\angle BCA+\angle CAB+\angle ABC=180°$

よって　$\angle x=\angle CAB=180°\times\frac{4}{12}=60°$，$\angle y=\angle BCA=180°\times\frac{3}{12}=45°$

例題６－５

(1)　４点P，B，C，Q　と　４点A，P，R，Q

(2)　右図



【解説】

(1)　∠BPC＝∠CQB＝90°より，円周角の定理の逆から４点P，B，C，Qは同一円周上．

∠APR＝90°，∠AQR＝90°より，点P，QはARを直径とする円の円周上にある．

よって，４点A，P，R，Qは同一円周上にある．

(2)　題意の円の中心Pは，線分AC，線分BCの垂直二等分線の交点である．

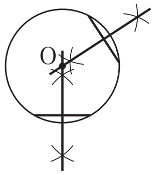
ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題６－５

(1)　$\angle x = 100°$

(2)　右図



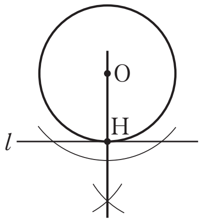
【解説】

(1)　4 点 A，B，C，D が同一円周上にあるとき，$\angle ABD = \angle ACD = 30°$

(2)　円周上の適当な 2 本の弦から引いた 2 本の垂直二等分線の交点が，円の中心 O である．

例題６－６

(1)



(2)　$x = 9$

【解説】

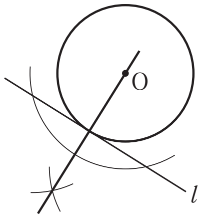
(1)　円 O から直線 l に下ろした垂線と直線 l の交点を H とすると，OH が円の半径となる．

(2)　CR＝CQ＝6，BP＝BQ＝10－6＝4，AP＝AR＝7－4＝3

よって　$x = 3 + 6 = 9$

類題６－６

(1)



(2)　$x = 3$

【解説】

(2)　BQ＝BP＝4，CR＝CQ＝8－4＝4，DS＝DR＝6－4＝2

よって　x＝AP＝AS＝5－2＝3

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

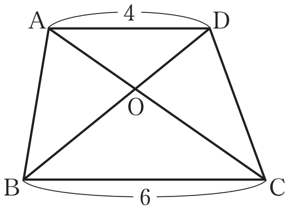
第６講　図形(3)

(1)　右の図は AD∥BC の台形である．

DO：BO＝[ア]：[イ]，

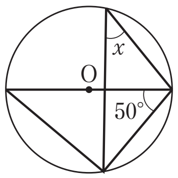
△ADO：△ABO＝[ウ]：[エ]，

△ADO：△BCO＝[オ]：[カ]である．



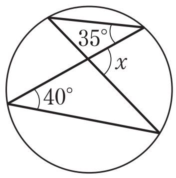
(2)　次の図で，∠x の大きさを求めよ．

(i)



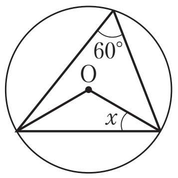
∠x＝[キク]°

(ii)



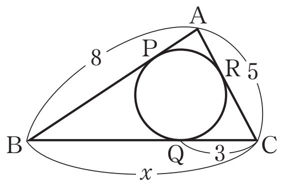
∠x＝[ケコ]°

(iii)



∠x＝[サシ]°

(3)　右の図で，点 P，Q，R は △ABC の各辺と円 O との接点である．このとき x＝[ス]　である．



解答例

(1)　△ADO∽△CBO より

相似比は DO：BO＝AD：BC＝4：6＝**2：3**

△ADO と △ABO は高さが等しいので

△ADO：△ABO＝DO：BO＝**2：3**

相似な図形の面積比は相似比の 2 乗より

△ADO：△BCO＝2^2：3^2＝**4：9**

(2)　(i)　∠x＝180°－(50°＋90°)＝**40**°

(ii)　∠x＝35°＋40°＝**75**°

(iii)　∠x＝(180°－60°×2)÷2＝**30**°

(3)　CR＝CQ＝3

AP＝AR＝5－3＝2

BQ＝BP＝8－2＝6

よって　x＝BQ＋CQ＝6＋3＝**9**

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。